第15講・根号をふくむ式の計算

例題 1　根号をふくむ式の四則計算

問題

次の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{15}{\sqrt{3}} - \sqrt{18} \times \sqrt{6}$

(2) $\dfrac{5}{2\sqrt{5}} + \sqrt{55} \div 3\sqrt{11}$

解答

(1)
$$\begin{aligned}\frac{15}{\sqrt{3}} - \sqrt{18} \times \sqrt{6} &= \frac{15 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - 3\sqrt{2} \times \sqrt{6} \\ &= \frac{15\sqrt{3}}{3} - 3\sqrt{12} \\ &= 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2^2 \times 3} \\ &= 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \\ &= \mathbf{-\sqrt{3}} \quad \cdots \text{(答)}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}\frac{5}{2\sqrt{5}} + \sqrt{55} \div 3\sqrt{11} &= \frac{5 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} + \sqrt{55} \times \frac{1}{3\sqrt{11}} \\ &= \frac{5\sqrt{5}}{10} + \frac{\sqrt{5}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{3} \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{6} + \frac{2\sqrt{5}}{6} \\ &= \mathbf{\frac{5\sqrt{5}}{6}} \quad \cdots \text{(答)}\end{aligned}$$

MEMO

確認テスト 1

次の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{20}{\sqrt{5}} + \sqrt{60} \times \sqrt{3}$

(2) $\sqrt{42} \div \sqrt{6} - \dfrac{14}{\sqrt{7}}$

例題 2　式の展開の利用

問題

次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{3}(2-\sqrt{3})$

(2) $(1+\sqrt{5})(3+2\sqrt{5})$

(3) $(\sqrt{7}+\sqrt{2})^2$

(4) $(\sqrt{11}+4)(\sqrt{11}-4)$

解答

(1) $\sqrt{3}(2-\sqrt{3})$

$=\sqrt{3}\times 2-\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$=\mathbf{2\sqrt{3}-3}$ **…(答)**

(2) $(1+\sqrt{5})(3+2\sqrt{5})$

$=1\times 3+1\times 2\sqrt{5}+\sqrt{5}\times 3+\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}$

$=3+2\sqrt{5}+3\sqrt{5}+10$

$=\mathbf{13+5\sqrt{5}}$ **…(答)**

(3) $(\sqrt{7}+\sqrt{2})^2$

$=(\sqrt{7})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{7}+(\sqrt{2})^2$

$=7+2\sqrt{14}+2$

$=\mathbf{9+2\sqrt{14}}$ **…(答)**

(4) $(\sqrt{11}+4)(\sqrt{11}-4)$

$=(\sqrt{11})^2-4^2$

$=11-16$

$=\mathbf{-5}$ **…(答)**

MEMO

確認テスト 2

次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{10}(3\sqrt{10}-\sqrt{5})$

(2) $(\sqrt{6}-1)(3\sqrt{6}+4)$

(3) $(\sqrt{7}+2)^2$

(4) $(2\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}-2)$

例題 3　式の値

問題

次の問いに答えなさい。

(1) $x=1+\sqrt{5}$ のとき，x^2+7x-8 の値を求めなさい。

(2) $x=\sqrt{7}+2$，$y=\sqrt{7}-2$ のとき，x^2-y^2 の値を求めなさい。

ポイント

● $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の値の計算 → 式を整理してから，かっこをつけて $\sqrt{\quad}$ の式を代入

解答

(1) x^2+7x-8

$=(x-1)(x+8)$

$=\{(1+\sqrt{5})-1\}\{(1+\sqrt{5})+8\}$

$=\sqrt{5}(9+\sqrt{5})$

$=\mathbf{9\sqrt{5}+5}$ **…(答)**

MEMO

⑵　$x^2 - y^2$

$= (x + y)(x - y)$

$= \{(\sqrt{7} + 2) + (\sqrt{7} - 2)\}\{(\sqrt{7} + 2) - (\sqrt{7} - 2)\}$

$= (\sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 2 - \sqrt{7} + 2)$

$= 2\sqrt{7} \times 4$

$= \mathbf{8\sqrt{7}}$　**…(答)**

確認テスト 3

次の問いに答えなさい。

⑴　$x = \sqrt{6} - 1$ のとき，$x^2 + 2x - 15$ の値を求めなさい。

⑵　$x = 2\sqrt{3} + 2$，$y = 2\sqrt{3} - 2$ のとき，$x^2 - y^2$ の値を求めなさい。

[メモ]